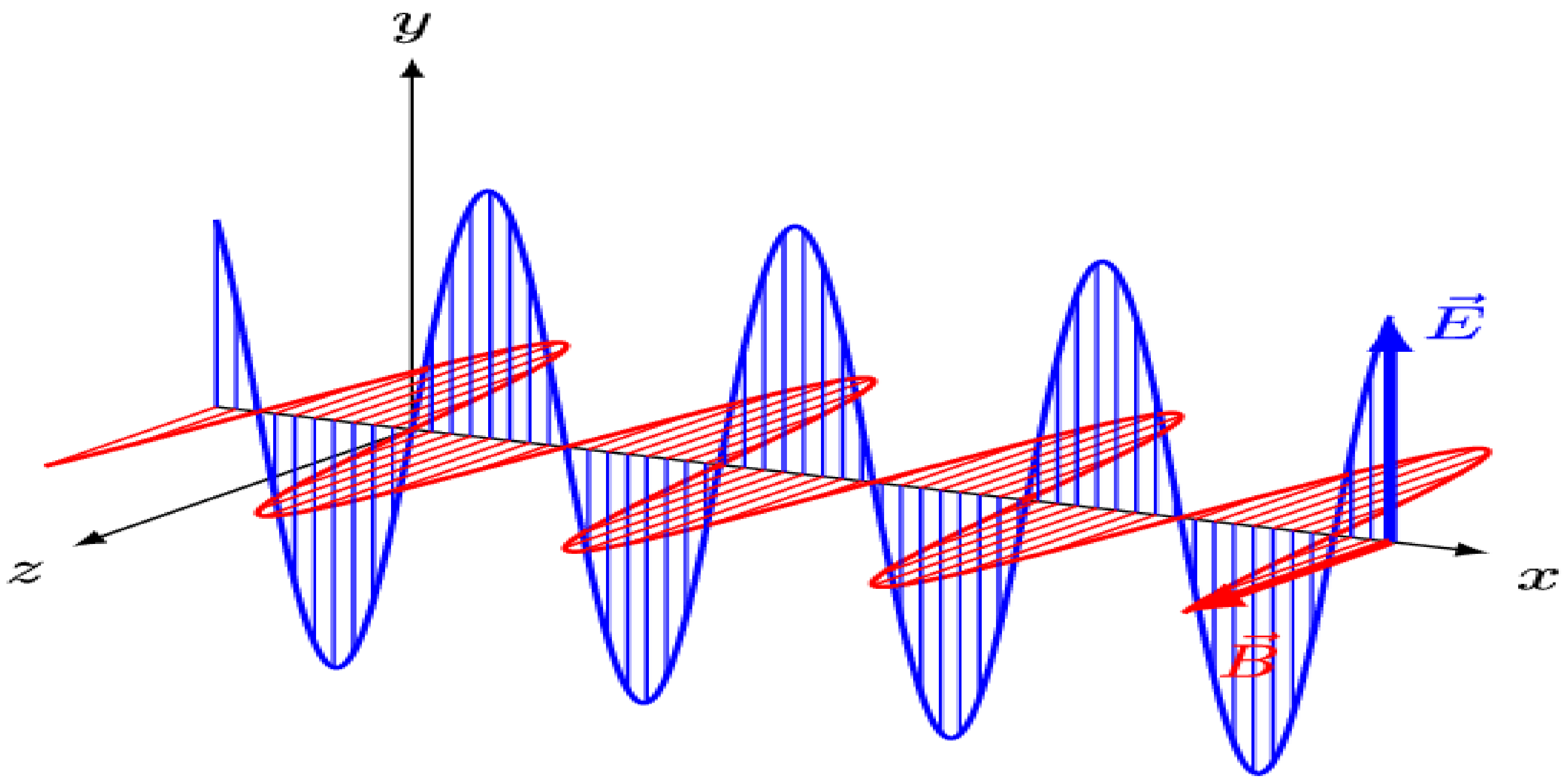
ONDAS ELECTROMAGNETICAS

1. Las Ecuaciones de Maxwell
   i. Ley de Gauss para E y B
   ii. Ley de Faraday
   iii. Ley de Ampere corregida
2. Relación de c con ε_0 y μ_0
4. Propiedades de las ondas EM
5. La ecuación de onda estándar para ondas EM
6. Velocidad de propagación de ondas EM
   i. En el vacío
   ii. En medios transparentes
7. Intensidad de las ondas EM
8. Energía total de ondas EM
9. Momento (p) de las onda EM
10. Fotones



ECUACIONES DE MAXWELL

1. Ley de Gauss para el campo eléctrico: $\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \dfrac{\sum Q_{encerradas}}{\varepsilon_0}$

2. Ley de Gauss para el campo magnético: $\Phi_B = \oiint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$

3. Ley de Faradav de la inducción: $fem_{ind} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -\dfrac{d \iint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}}{dt} = \oint \vec{E}_{NE} \cdot \overrightarrow{dl}$

4. Ley de Ampere (corregida por Maxwell): $\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 \cdot \left(\sum I_{enlazadas} \underbrace{+ \varepsilon_0 \cdot \dfrac{d \iint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}}{dt}}_{\text{Corriente de desplazamiento}} \right)$

ECUACIONES DE MAXWELL

1. Ley de Gauss para el campo eléctrico:

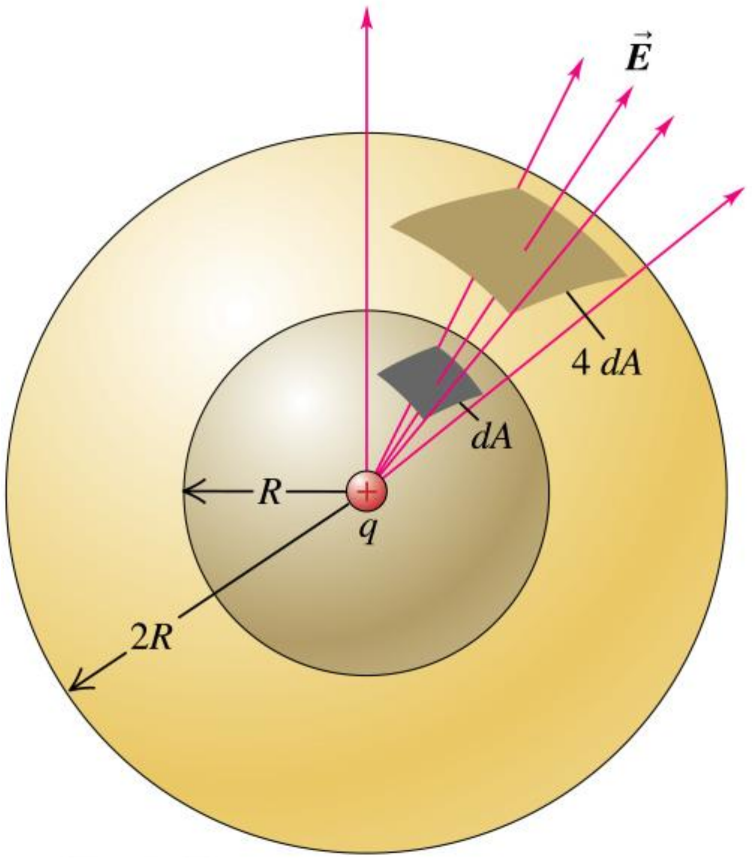
$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_{encerradas}}{\varepsilon_0}$$

Para simetría esférica

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\sum Q_{encerradas}}{4\pi\varepsilon_0 . R^2} = \frac{K_{Coulomb} \cdot Q}{R^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}854 . 10^{-12} \left[\frac{c^2}{N . m^2}\right]$$

$$K_{coulomb} = 9 . 10^9 \left[\frac{N . m^2}{c^2}\right]$$



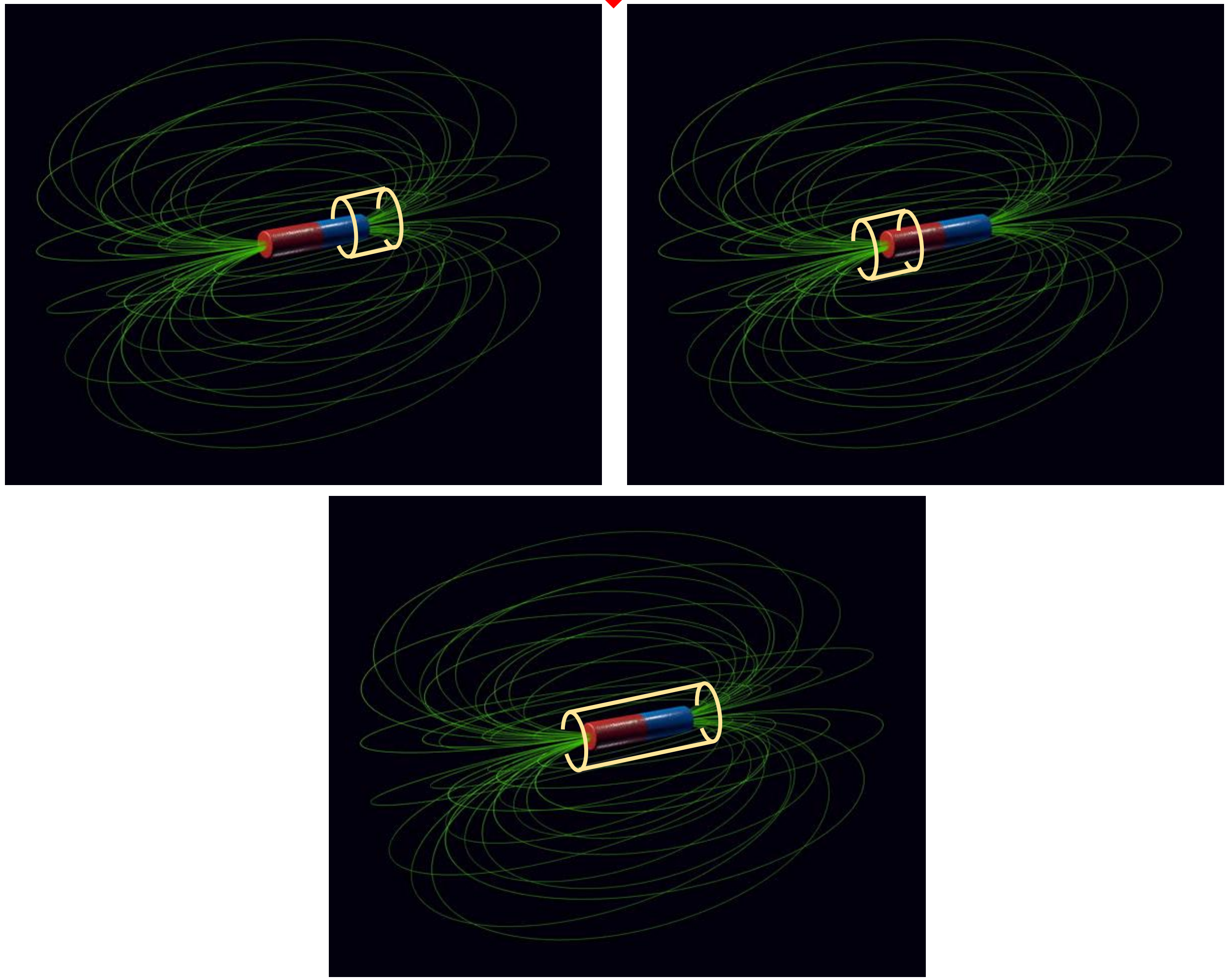
ECUACIONES DE MAXWELL

2. Ley de Gauss para el campo magnético:

$$\Phi_B = \oiint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$$

→ No se puede aislar un monopolo magnético.

→ Todas las líneas de B que salen, vuelven a entrar en la superficie de Gauss --> flujo neto es cero!

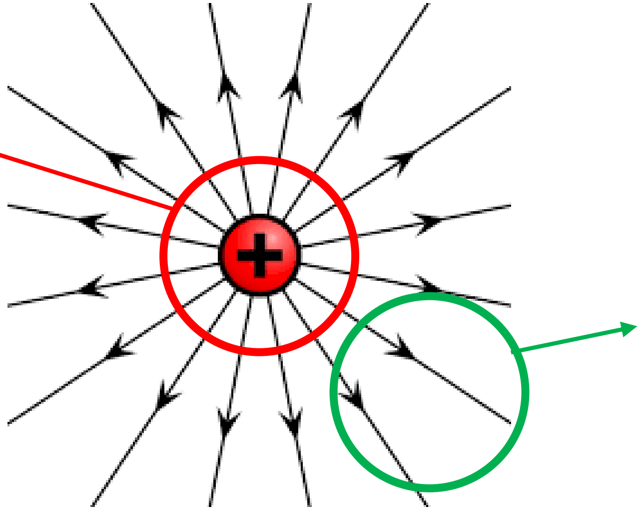


Una carga + o – puede encontrarse "aislada":

Para el campo eléctrico:

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_{encerradas}}{\varepsilon_0}$$

- Encierra carga
- Las líneas de E atraviesan la superficie (salen)

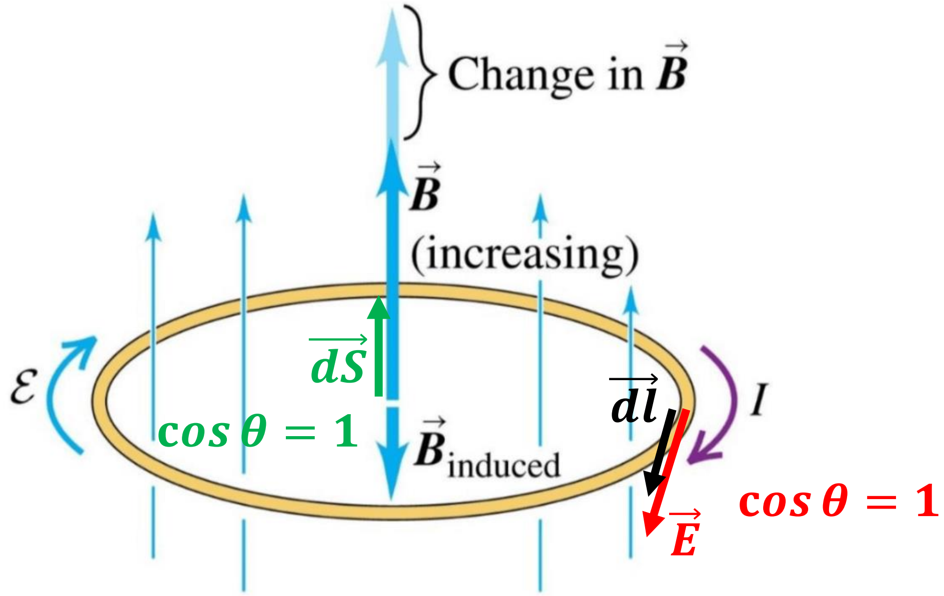


- No encierra carga.
- Las líneas de E entran y salen de la superficie de Gauss.
- Flujo de E neto es cero.

ECUACIONES DE MAXWELL

3. Ley de Faraday de la inducción:

$$\oint \vec{E}_{NE} \cdot \vec{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d \iint \vec{B} \cdot \vec{dS}}{dt} = fem_{ind}$$



$$\iint_0^S \vec{B} \cdot \vec{dS} = B.S.\cos\theta = B.\pi R^2$$

$$fem_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d[B.\pi R^2]}{dt}$$

$$fem_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\oint \vec{E}_{NE} \cdot \vec{dl} = \int_0^{2\pi R} E_{NE}.dl.\cos\theta = E_{NE}.2\pi R$$

$$E_{NE}.2\pi R = -\pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow \boxed{E_{NE} = -\frac{R}{2}\frac{dB}{dt}}$$

ECUACIONES DE MAXWELL

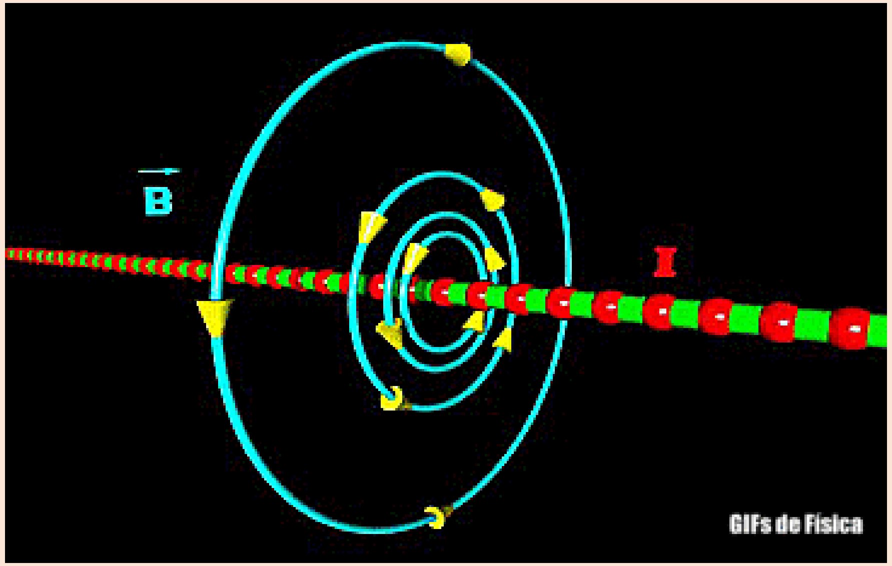
4. Ley de Ampere (corregida por Maxwell):

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 . \left(\sum I_{enlazadas} + I_{desplazamiento} \right)$$

$$\mu_0 = 4\pi . 10^{-7} \left[\frac{T.m}{A} \right]$$

$$j = \frac{i}{S} = densidad\ sup.de\ corriente$$

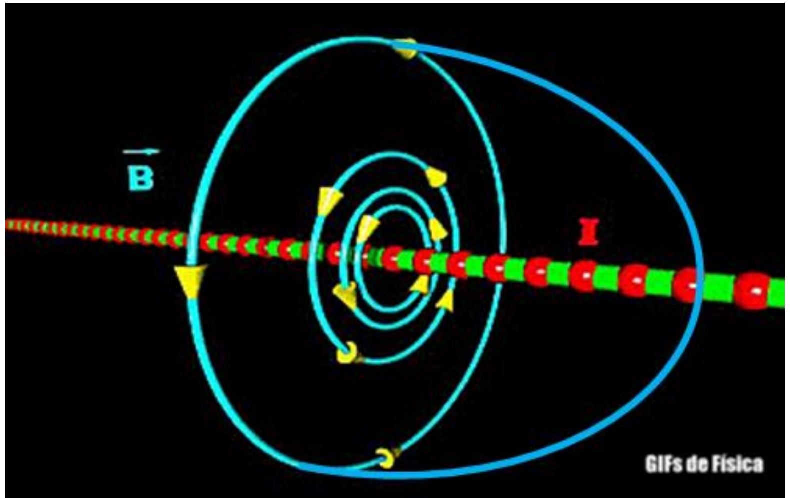
$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 . I_{enl} = \mu_0 . j_{enl} S$$



$$i = j. \iint dS$$

Superficie abierta determinada por línea de Ampere (d*l*)

Puede tener cualquier forma mientras la línea de Ampere pase por esa superficie

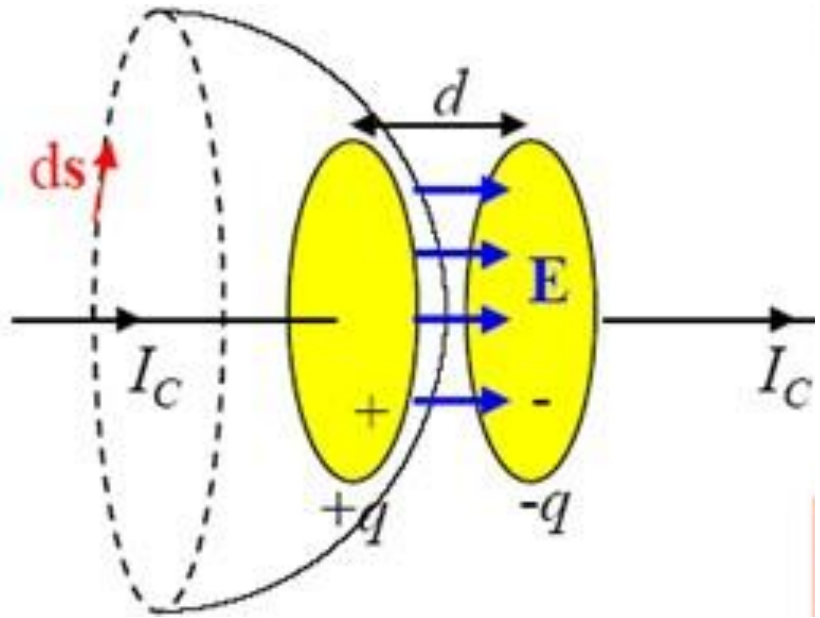


ECUACIONES DE MAXWELL

4. Ley de Ampere (corregida por Maxwell):

→ ¿Qué ocurre cuando esa superficie pasa entre las placas de un Capacitor que se está cargando o descargando?

→ Sabemos que las cargas no saltan entre la placas…pero que la diferencia de potencial (Vc) entre las placas aumenta durante el proceso de carga, y disminuye durante la descarga.



→ Para un C de placas planas paralelas

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad \text{and} \quad \Delta V = Ed$$

$$\text{So } q = C\Delta V = \varepsilon_0 \frac{A}{d}(Ed) = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 \Phi_E$$

→ Definición de corriente (I)

$$I_C = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

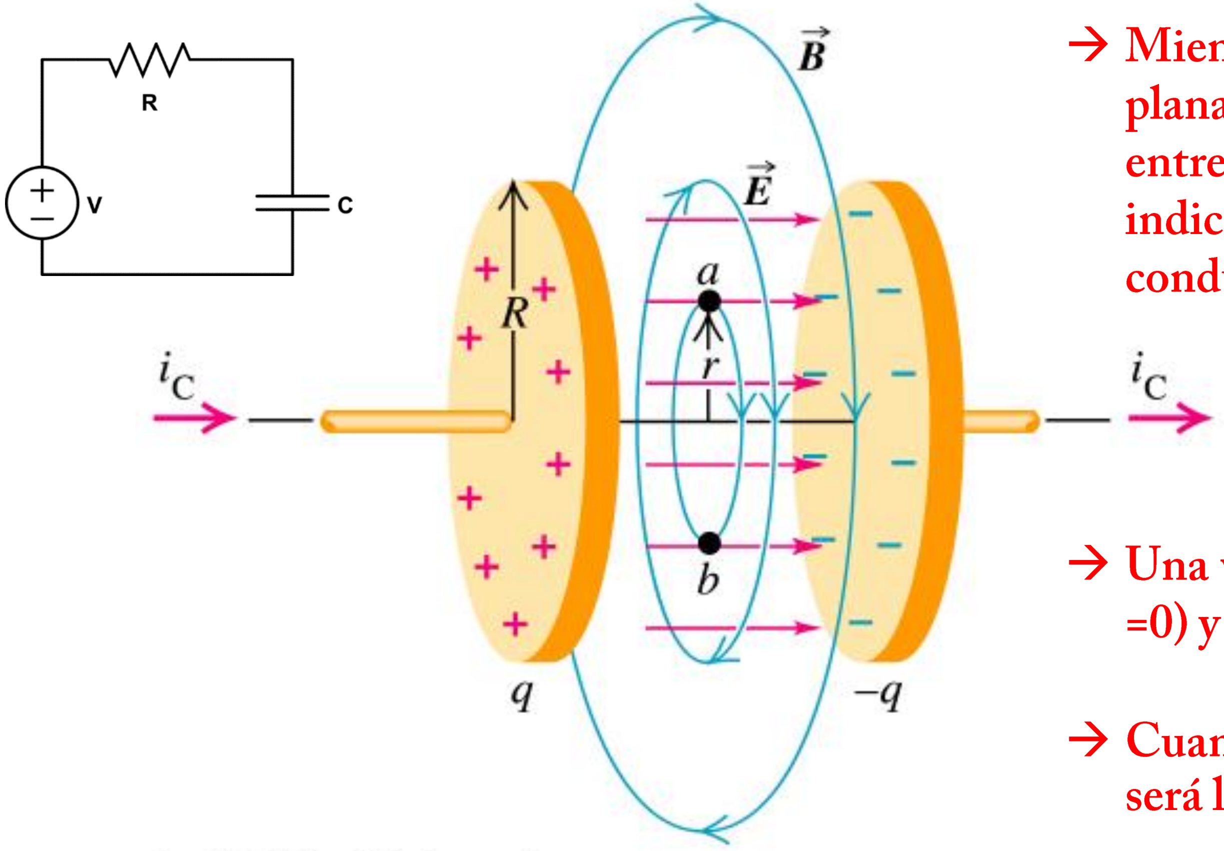
$$I_D = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 . (I_{enl} + I_{Desplazamiento}) = \mu_0 . \left(I_{enl} + \varepsilon_0 . \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

ECUACIONES DE MAXWELL

4. Ley de Ampere (corregida por Maxwell):

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 . \left(I_{enl} + I_{Desplazamiento}\right) = \mu_0 . \left(I_{enl} + \varepsilon_0 . \frac{d\Phi_E}{dt}\right)$$



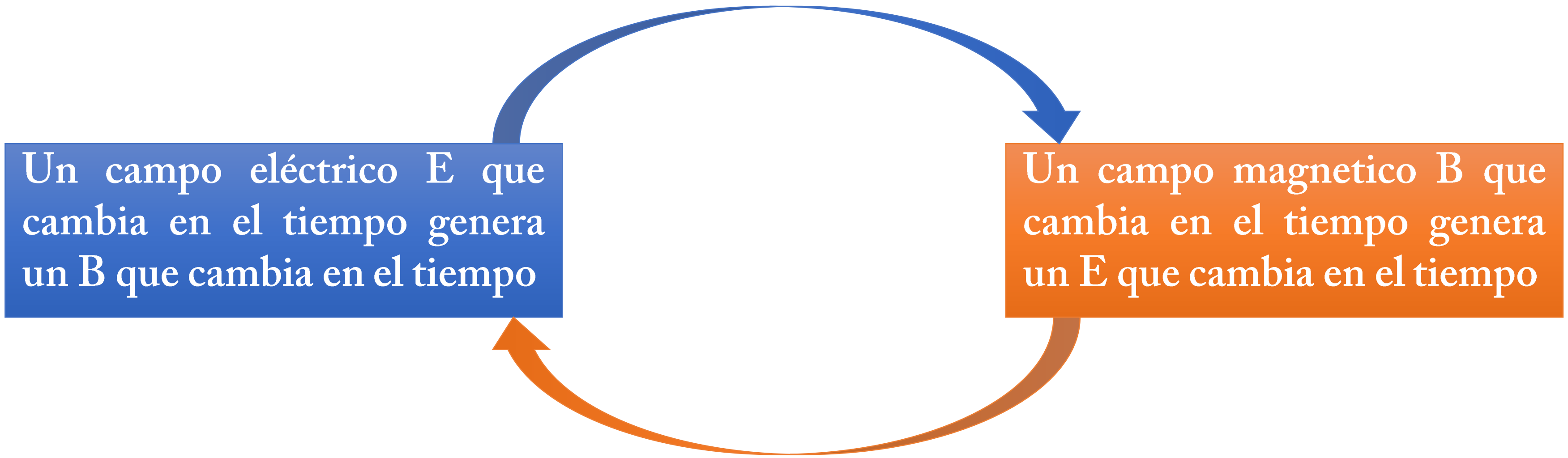
→ Mientras se realiza la carga de un capacitor de placas planas, existe una I_D que es igual a la I_C. Este cambio en E entre las placas del capacitor generará un B cuyo sentido se indica en la figura, de forma similar al que se genera en un conductor por el que circula corriente

→ Una vez cargado, la corriente en el circuito se hace nula (I_C =0) y por lo tanto I_D =0.

→ Cuanto mayor sea el cambio de Φ_E en el tiempo, mayor será la magnitud del B generado.

ECUACIONES DE MAXWELL

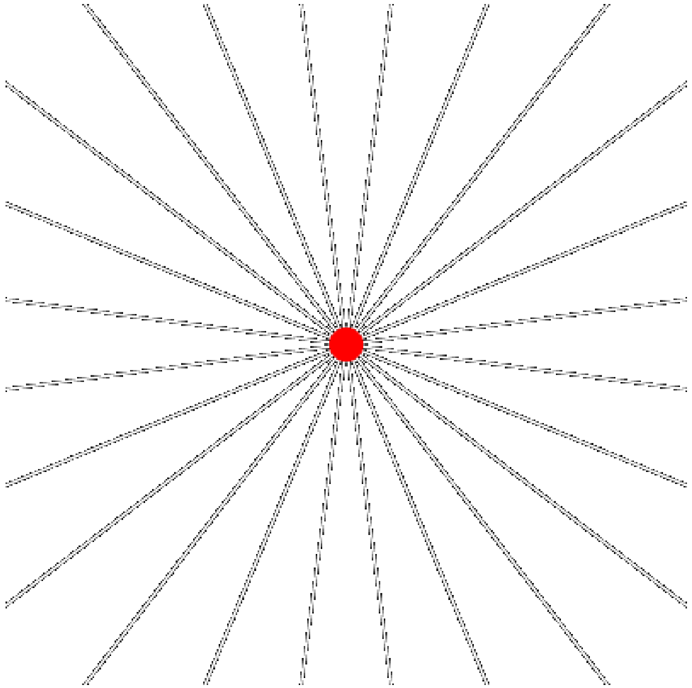
¿Cómo se generan las ondas electromagnéticas?



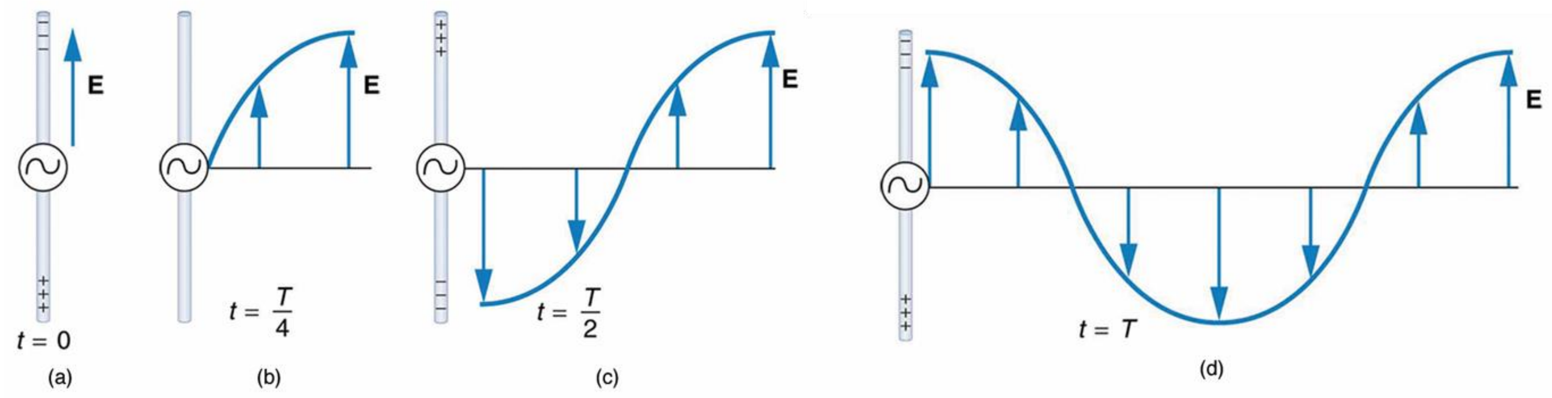
ECUACIONES DE MAXWELL

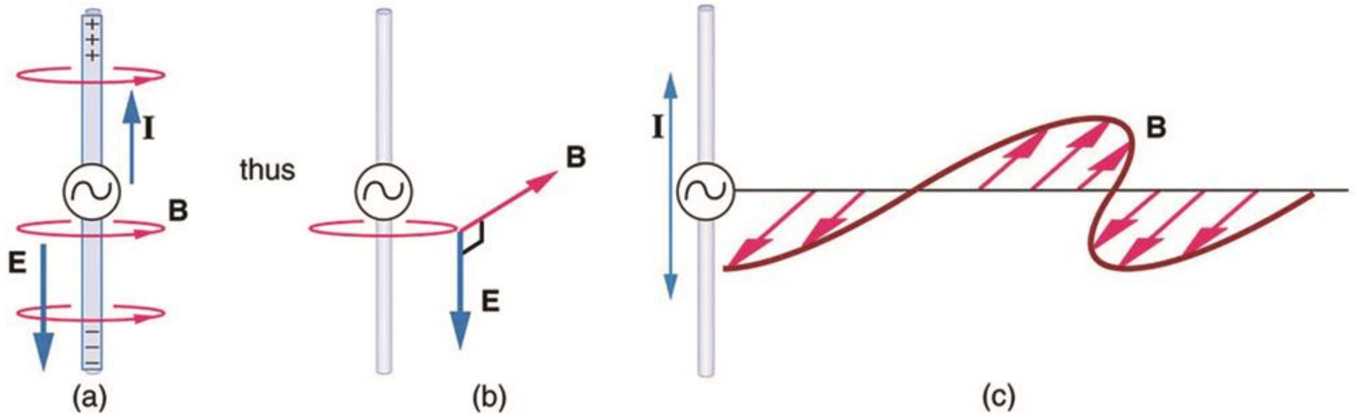
¿Cómo se generan las ondas electromagnéticas?

→ Cargas netas con aceleración



→ Dipolos eléctricos o magnéticos oscilantes





ECUACIONES DE MAXWELL

→ Forma integral y diferencial de las ecuaciones de Maxwell: *(No lo vamos a demostrar ☹)*

1. Ley de Gauss para el campo eléctrico: $$\oiint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_{encerradas}}{\varepsilon_0}$$

2. Ley de Gauss para el campo magnético: $$\oiint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$$

3. Ley de Faraday de la inducción: $$\oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d \iint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS}}{dt}$$

4. Ley de Ampere (corregida por Maxwell): $$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 . \sum I_{enlazadas} + \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{d \iint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}}{dt}$$

Ecuaciones diferenciales de E y B en 3D a partir de las ecuaciones de Maxwell

$$\frac{d^2\overrightarrow{E}}{dx^2} + \frac{d^2\overrightarrow{E}}{dy^2} + \frac{d^2\overrightarrow{E}}{dz^2} = \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{d^2\overrightarrow{E}}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{B}}{dx^2} + \frac{d^2\overrightarrow{B}}{dy^2} + \frac{d^2\overrightarrow{B}}{dz^2} = \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{d^2\overrightarrow{B}}{dt^2}$$

ECUACION DE ONDA ESTANDAR

Toda onda viajera tiene que satisfacer esta igualdad!!!

Ecuación de onda en 1D

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

en 3D

$$\nabla^2 y = \frac{1}{v^2}\frac{d^2 y}{dt^2}$$

Operador (Nabla)^2 → Operador Laplaciano

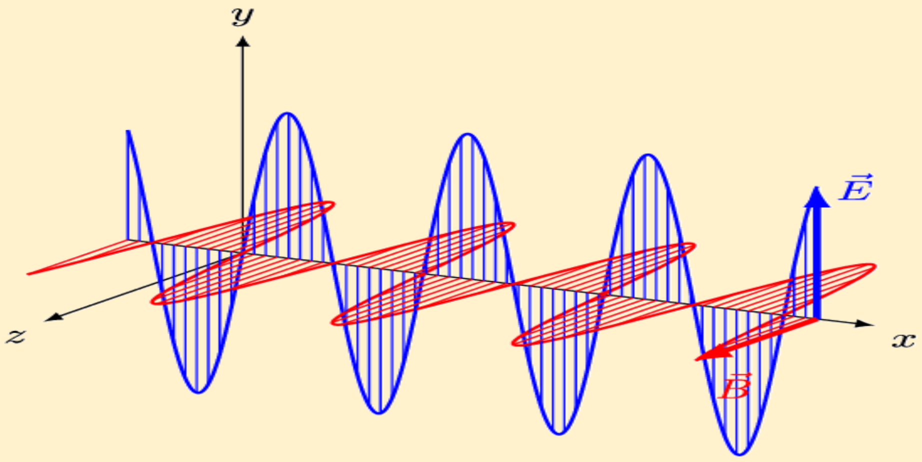
$$\nabla^2 = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2}$$

$$\nabla^2\vec{E} = \frac{d^2\vec{E}}{dx^2} + \frac{d^2\vec{E}}{dy^2} + \frac{d^2\vec{E}}{dz^2}$$

$$\nabla^2\vec{B} = \frac{d^2\vec{B}}{dx^2} + \frac{d^2\vec{B}}{dy^2} + \frac{d^2\vec{B}}{dz^2}$$

Ondas electromagneticas:

SON ONDAS VIAJERAS!



$$\frac{d^2\vec{E}}{dx^2} + \frac{d^2\vec{E}}{dy^2} + \frac{d^2\vec{E}}{dz^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

Ecuación de onda en 3D para campo eléctrico E

$$\frac{d^2\vec{B}}{dx^2} + \frac{d^2\vec{B}}{dy^2} + \frac{d^2\vec{B}}{dz^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}$$

Ecuación de onda en 3D para campo magnético B

ECUACIONES DE MAXWELL

→ Relación de la velocidad de la luz (c) con la permitividad (ε_0) y la permeabilidad (μ_0) en el vacío:

$$\frac{d^2\vec{E}}{dx^2}+\frac{d^2\vec{E}}{dy^2}+\frac{d^2\vec{E}}{dz^2}=\frac{1}{v^2}.\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\vec{B}}{dx^2}+\frac{d^2\vec{B}}{dy^2}+\frac{d^2\vec{B}}{dz^2}=\frac{1}{v^2}.\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\vec{E}}{dx^2}+\frac{d^2\vec{E}}{dy^2}+\frac{d^2\vec{E}}{dz^2}=\mu_0.\varepsilon_0.\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\vec{B}}{dx^2}+\frac{d^2\vec{B}}{dy^2}+\frac{d^2\vec{B}}{dz^2}=\mu_0.\varepsilon_0.\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}$$

$$1=\frac{\mu_0.\varepsilon_0}{v^2}$$

$$1=\frac{\mu_0.\varepsilon_0}{v^2}$$

$$v=\frac{1}{\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0}}=3.10^8\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0}}=3.10^8\left[\frac{m}{s}\right]=c$$

Ondas Electromagnéticas: propiedades

→Se propagan en el vacío a la velocidad de la luz (c = 3.108 m/s). También se propagan en medios gaseosos (aire), líquidos (agua) o sólidos (vidrio) a velocidades inferior a c.

→Son Ondas Transversales.

→Los vectores de $\vec{\boldsymbol{E}}$ y $\vec{\boldsymbol{B}}$ oscilan en fase.

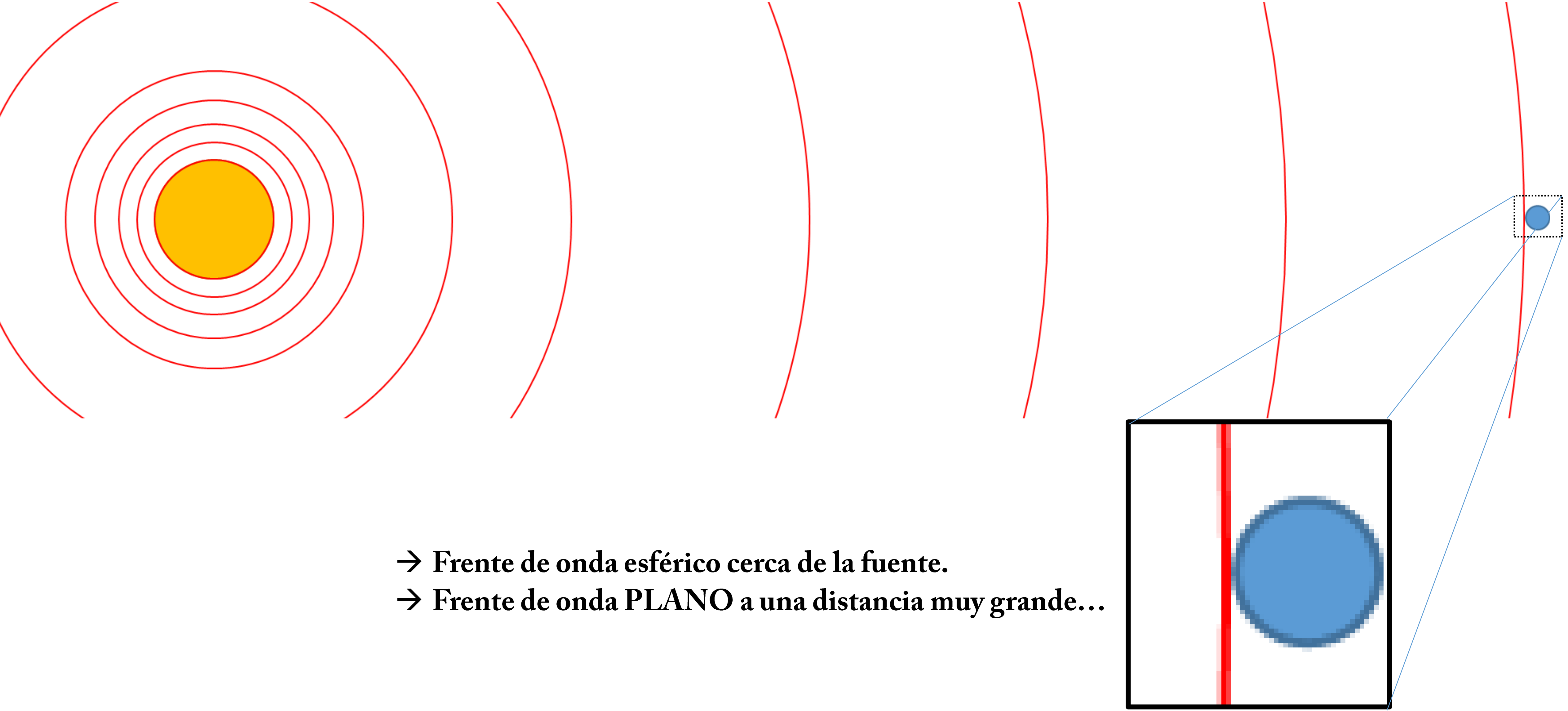
→Los vectores de $\vec{\boldsymbol{E}}$ y $\vec{\boldsymbol{B}}$ son perpendiculares.

→La dirección de propagación de la onda EM viene determinada por el producto $\vec{\boldsymbol{E}} \times \vec{\boldsymbol{B}}$

→$\left|\vec{\boldsymbol{E}}(x,t)\right| = c \cdot \left|\vec{\boldsymbol{B}}(x,t)\right|$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

Ondas EM planas



→ Frente de onda esférico cerca de la fuente.
→ Frente de onda PLANO a una distancia muy grande…

ECUACION DE ONDA ESTANDAR

→ Suponemos que la dirección de oscilación de E es solo a lo largo de Y, y la de B en el eje Z: Onda EM polarizada

$$\boxed{Y(x,t) = A.\operatorname{sen}(k.x - \omega.t)}$$

Función de onda en 1D que se propaga en el eje X y que satisfice la ecuación de onda estándar

$$\frac{d^2\vec{E}}{dx^2} + \frac{d^2\vec{E}}{dy^2} + \frac{d^2\vec{E}}{dz^2} = \mu_0.\varepsilon_0.\frac{d^2\vec{E}}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\vec{E}}{dy^2} = \mu_0.\varepsilon_0.\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\boxed{E(x,t) = E_{Max}.\operatorname{sen}(k.x - \omega.t)}$$

Ecuación válida para ondas EM plana:

- La fuente está muy lejos.
- A un determinado tiempo, los vectores E y B están contenidos en un plano perpendicular al sentido de propagación .
- Su amplitud máxima no cambia a lo largo del eje de propagación.

$$\frac{d^2\vec{B}}{dx^2} + \frac{d^2\vec{B}}{dy^2} + \frac{d^2\vec{B}}{dz^2} = \mu_0.\varepsilon_0.\frac{d^2\vec{B}}{dt^2} \Rightarrow \frac{d^2\vec{B}}{dz^2} = \mu_0.\varepsilon_0.\frac{d^2\vec{B}}{dt^2}$$

$$\boxed{B(x,t) = B_{Max}.\operatorname{sen}(k.x - \omega.t)}$$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

Ondas EM planas y su velocidad

→ A partir de las ecuaciones de Maxwell vimos que:

$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0}} = 3.10^8\left[\frac{m}{s}\right] = c$$

→ Pero cuando una onda EM no se propaga en el vacío: Por ejemplo un medio "*i*"

$$v_i = \frac{1}{\sqrt{\mu_i.\varepsilon_i}} < c \xrightarrow[\mu_i = \mu_r.\mu_0]{\varepsilon_i = \varepsilon_r.\varepsilon_0} v_i = \frac{1}{\sqrt{\mu_r.\mu_0.\varepsilon_r.\varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0.\varepsilon_0}\underbrace{\sqrt{\mu_r.\varepsilon_r}}}$$

No son los de corriente continua

$$\boxed{v_i = \frac{c}{\sqrt{\mu_r.\varepsilon_r}}}$$

→ Para la mayoría de los materiales transparentes $\mu_r \cong 1$, mientras que $\varepsilon_r \neq 1$

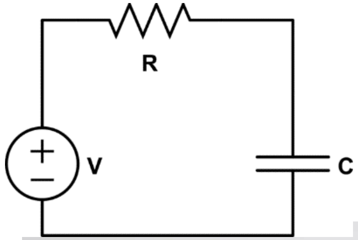
$$\boxed{\frac{c}{v_i} = \sqrt{\mu_r.\varepsilon_r} = \sqrt{\varepsilon_r} = n}$$

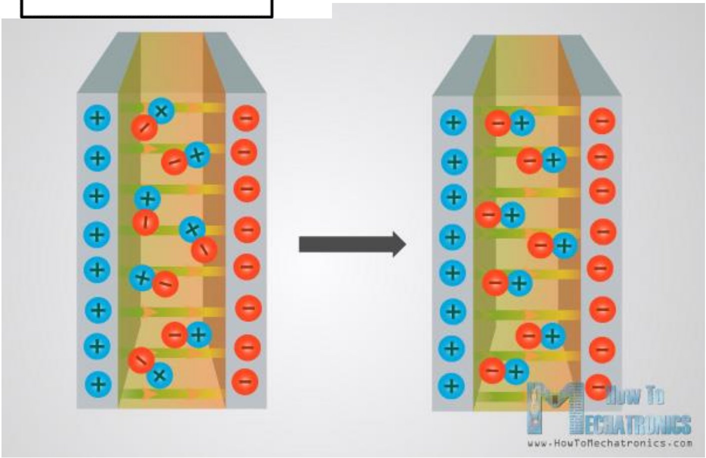
→ INDICE DE REFRACCION

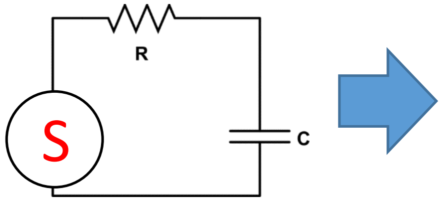
Nota: $\mu_r \neq 1$ solo en materiales ferromágneticos.

ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

Ondas EM: velocidad e índice de refracción

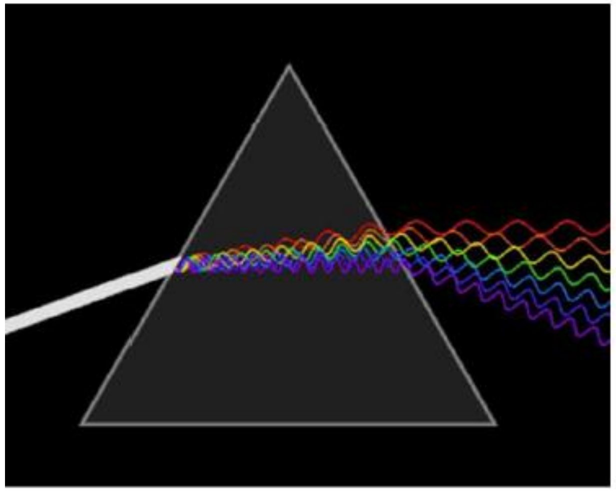






1. A frecuencias bajas → comportamiento similar a DC.
2. A frecuencias altas → no da tiempo a los dipolos del dielectrico para polarizarse: ε_r disminuye
3. A frecuencias MUY altas → Se comporta como si no existiera un dielectrico: ε_r ~ 1

Color	Wavelength
violet	380–450 nm
blue	450–495 nm
green	495–570 nm
yellow	570–590 nm
orange	590–620 nm
red	620–750 nm



$$\frac{c}{v_i} = \sqrt{\mu_r . \varepsilon_r} = \sqrt{\varepsilon_r} = n$$

ε_r depende de la frecuencia de la onda EM

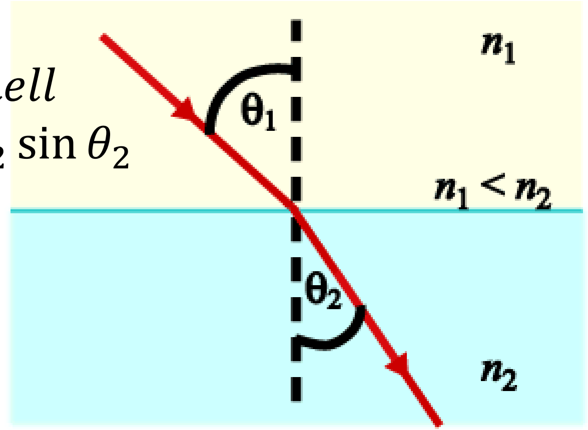
n_i depende de la frecuencia de la onda EM

$$f = \frac{c}{\lambda} \begin{cases} f_{rojo} = \quad\quad Hz \\ f_{viol} = \quad\quad Hz \end{cases}$$

$$\boxed{n_{rojo} \neq n_{viol}}$$

Ley de Snell

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$



ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

→ Energía por unidad de volumen (μ) de un campo $\vec{E}$ y $\vec{B}$:

$$\mu_E = \frac{U_C}{Vol} = \frac{1}{2}\frac{CV^2}{Vol} \Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 . A}{d}, \quad V = E.d \Rightarrow \frac{U_C}{Vol} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 . A . E^2 . d^2}{d . Vol} \xRightarrow{Vol = A.d} \frac{U_C}{Vol} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 . E^2 \Rightarrow \boxed{\mu_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left|\vec{E}(x,t)\right|^2}$$

$$\mu_B = \frac{U_L}{Vol} = \frac{1}{2}\frac{LI^2}{Vol} \Rightarrow \frac{U_L}{Vol} = \frac{1}{2Vol}\frac{\mu_0 . N^2 . S}{l} . \frac{B^2 . l^2}{\mu_0^2 . N^2} \Rightarrow \frac{U_L}{Vol} = \frac{1}{2Vol} . \frac{S . B^2 . l}{\mu_0} \xRightarrow{Vol = S.l} \frac{U_L}{Vol} = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} \Rightarrow \boxed{\mu_B = \frac{1}{2\mu_0}\left|\vec{B}(x,t)\right|^2}$$

$$L = \mu_0 . \frac{N^2}{l} . S$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

→ Para una onda EM, se puede deducir que: $\boxed{\mu_E = \mu_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left|\vec{E}(x,t)\right|^2 = \frac{1}{2\mu_0}\left|\vec{B}(x,t)\right|^2}$

→ Energía Total de una onda EM por unidad de volúmen (densidad de energía):

$$\boxed{\mu(x,t) = \mu_E(x,t) + \mu_B(x,t) = 2\mu_E = 2\mu_B} \Rightarrow \boxed{\mu(x,t) = \varepsilon_0 \left|\vec{E}(x,t)\right|^2 = \frac{1}{\mu_0}\left|\vec{B}(x,t)\right|^2 = \frac{1}{c.\mu_0}\left|\vec{E}(x,t)\right| . \left|\vec{B}(x,t)\right|}$$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

→ Evaluamos cuanta energía pasa por una superficie por unidad de tiempo: $\frac{(energia)}{(superficie).(tiempo)} = \frac{[J]}{[m^2][s]} = \frac{[Watt]}{[m^2]}$

→ La intensidad se define como la potencia (P) por unidad de superficie (S): $Intensidad = \frac{(Potencia)}{(superficie)} = \frac{[Watt]}{[m^2]}$

→ Para una onda EM, la energía total (E) por unidad de volumen (dv) = $\mu(x,t) = \frac{1}{c.\mu_0}|\vec{E}|.|\vec{B}|$

→ Por lo tanto: $Intensidad = \frac{(energia)}{(superficie).(tiempo)} = \frac{\frac{1}{c.\mu_0}|\vec{E}|.|\vec{B}|.dV}{dS.dt} \xrightarrow[dx.dS = dV]{c.dt = dx} Intensidad = \frac{1}{\mu_0}|\vec{E}|.|\vec{B}|$

→ Si dentro de esa expresión realizo el producto vectorial de los vectores E y B, se define el vector Poynting (indica el sentido de propagación): $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}$

$$|\vec{S}| = \frac{1}{\mu_0}|\vec{E}|.|\vec{B}|.\operatorname{sen}\theta = Intensidad\ de\ la\ onda\ EM \Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{\mu_0.c}|\vec{E}|^2 = \frac{c}{\mu_0}|\vec{B}|^2}$$

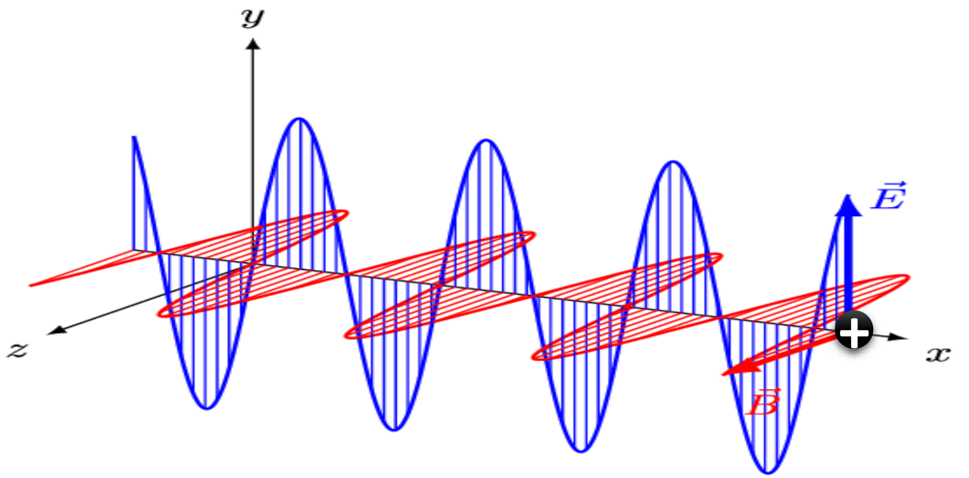
→ **Problema**: Sobre un punto situado a 10 m de una fuente de luz verde (550 nm) llegan 10^{20} fotones por segundo ¿Cual es la intensidad de luz en este punto? Y la magnitud del campo electrico y magnetico? ¿Como es la intensidad de luz en un punto a 20 m? *Superficie de una esfera=$4\pi R^2$ // $E_{foton}=h.f=h.c/\lambda$*

ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

Momento de la Onda EM

- → Cuando un cuerpo con masa "m_1" y velocidad "v_1" impacta en otro de masa "m_2", lo hace moverse con una "v_2". La cantidad de movimiento "p" de estas partículas se calcula con la expresión:

$$p = m.v = \left[kg.\frac{m}{s}\right]$$

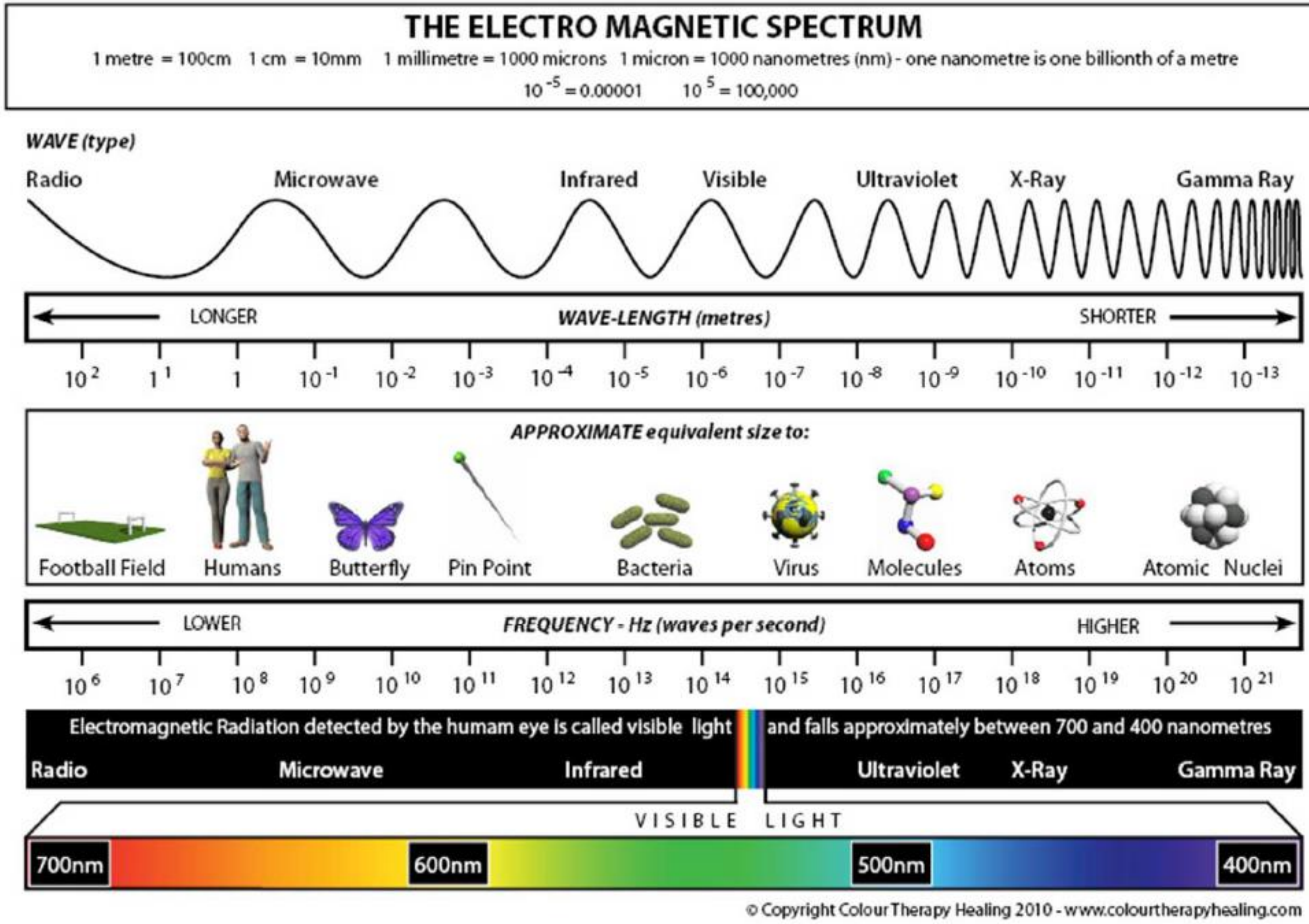


- → Cuando una onda EM se encuentra con una partícula con masa "m" y carga "q" tambien puede provocar movimiento.
- → Se puede decir que en las ondas EM hay "partículas" que pueden transferir cantidad de movimiento. ESTO SON LOS FOTONES!
- → La cantidad de movimiento (o momento) de una onda EM es:

$$\left.\begin{array}{l} E = m.c^2 \\ \\ E_{fotón} = h.\dfrac{c}{\lambda} \end{array}\right] \quad m.c^2 = h.\frac{c}{\lambda} \Rightarrow m.c^{\cancel{2}} = h.\frac{\cancel{c}}{\lambda} \Rightarrow \boxed{m.c = p_{fotón} = \frac{h}{\lambda}}$$

ONDAS ELECTROMAGNETICAS:

El espectro electromagnetico



Color	Wavelength
violet	380–450 nm
blue	450–495 nm
green	495–570 nm
yellow	570–590 nm
orange	590–620 nm
red	620–750 nm